

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ»

УДК 512.542

**РЯБЧЕНКО
АЛЕКСЕЙ ИВАНОВИЧ**

**ЧАСТИЧНО НАСЫЩЕННЫЕ ФОРМАЦИИ
С ЗАДАННОЙ РЕШЕТКОЙ ПОДФОРМАЦИЙ**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 – математическая логика,
алгебра и теория чисел

Гомель, 2009

Работа выполнена в учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Научный руководитель: **Сафонов Василий Григорьевич**, доктор физико-математических наук, доцент, начальник управления науки и инновационной деятельности Министерства образования Республики Беларусь

Официальные оппоненты: **Петравчук Анатолий Петрович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, кафедра алгебры и математической логики

Воробьев Николай Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры, учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова», кафедра алгебры и методики преподавания математики

Оппонирующая организация — учреждение образования «Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова»

Защита состоится 25 июня 2009 года в 16.00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» по адресу: 246019, г. Гомель, ул. Советская, 104, ауд. 1-20.

Телефон ученого секретаря: +10 375 232 573 791, e-mail: formation56@mail.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 библиотеки учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Автореферат разослан 22 мая 2009 года

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций

А.Ф.Васильев

КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Изучение различных классов конечных групп началось в 1963 году после выхода работы Гашюца «Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen» [1], ключевую роль среди которых заняли формации. Напомним, что формация — это класс конечных групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

По мере развития теории формаций важное применение к исследованию нормального строения конечных непростых групп нашли ω -насыщенные формации. Напомним, что для любого непустого множества простых чисел ω формацию \mathfrak{F} называют ω -насыщенной, если из $G/(O_\omega(G) \cap \Phi(G)) \in \mathfrak{F}$ всегда следует $G \in \mathfrak{F}$.

Необходимость изучения ω -насыщенных формаций обусловлена возможностью их использования при исследовании факторизации насыщенных формаций [2], сводимостью исследования любых насыщенных формаций во многих важных случаях к некоторой системе ω -насыщенных формаций [3], полезностью ω -насыщенных формаций в прикладном аспекте при изучении подгруппового строения конечных непростых групп [3–10].

Было предложено много различных подходов к проблеме изучения ω -насыщенных формаций. Один из них связан с изучением ω -насыщенных формаций с различными заданными системами подформаций, используя результаты и методы общей теории решеток. Привлечение методов этой теории к изучению классов групп позволило не только значительно упростить доказательства многих уже известных теорем, но и с успехом решать ряд открытых вопросов. При этом существенную роль играет тот факт, что решетка всех ω -насыщенных формаций модулярна [9]. Это позволило эффективно применять методы и конструкции общей теории решеток в вопросах изучения и классификации формаций таких типов. Эффективным инструментом при изучении решетки ω -насыщенных формаций стало понятие \mathfrak{H}^ω -дефекта. Напомним, что под \mathfrak{H} -дефектом (А.Н. Скиба, Е.А. Таргонский [11]) насыщенной (т.е. \mathbb{P} -насыщенной в смысле данного выше определения) формации \mathfrak{F} понимают длину решетки насыщенных формаций, заключенных между $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ и \mathfrak{F} . Аналогично определяется \mathfrak{H}^ω -дефект ω -насыщенной формации. Результат работы [11] получил развитие в разных направлениях. С одной стороны, в качестве \mathfrak{H} стали рассматривать другие достаточно хорошо известные формации конечных групп (А.Н. Скиба [12], В.В. Аниськов [13], Н.Г. Жевнова [14], В.Г. Сафонов и И.Н. Сафонова [15]). С другой стороны, исследовались решетки насыщенных формаций большей длины (В.Г. Сафонов [16, 17]).

Следует отметить, что существенным рабочим инструментом отмеченных выше работ является понятие критической формации. Напомним, что

формация \mathfrak{F} называется минимальной не \mathfrak{H} -формацией (Л.А. Шеметков, [18]) или \mathfrak{H} -критической формацией (А.Н. Скиба, [19]), если $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$, но $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H}$ для всякой собственной подформации \mathfrak{M} из \mathfrak{F} . Исследованию критических насыщенных формаций был посвящен большой цикл работ А.Н. Скибы [20–23]. Исчерпывающий результат в этом направлении был достигнут в работе [24]. Основы теории кратно насыщенных \mathfrak{H} -критических формаций заложены А.Н. Скибой в [25]. Позднее результаты этой работы получили развитие в исследованиях В.Г. Сафонова [26], Го Вэньбиня и К.П. Шама [27], Го Вэньбиня [28]. По аналогии с насыщенными \mathfrak{H} -критическими формациями в работе [5] Джерадином Джехадом были описаны минимальные ω -насыщенные не \mathfrak{H} -формации. Там же были изучены минимальные ω -насыщенные нильпотентные формации. Позднее В.Н. Рыжик в [29] были исследованы минимальные ω -насыщенные не \mathfrak{H} -формации, где \mathfrak{H} — произвольная 2-кратно насыщенная формация. В [30–35] И.Н. Сафонова продолжила изучение \mathfrak{H}_ω -критических формаций. В частности, в работе [36] ей удалось обобщить данный результат на случай, когда \mathfrak{H} — произвольная формация классического типа.

Вместе с тем задача описания ω -насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта, не превосходящего 2, для произвольной формации \mathfrak{H} классического типа, описания n -кратно ω -насыщенных формаций нильпотентного дефекта ≤ 2 оставались не исследованными. Решению этих актуальных задач и посвящена данная диссертационная работа.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами, темами

Диссертация выполнена в рамках следующих госбюджетных тем:

«Структурная теория формаций и других классов алгебр». Тема входила в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утверждённый решением Президиума НАН Беларуси № 94 от 05.07.2001 г. Государственная программа фундаментальных исследований «Математические структуры» (номер госрегистрации в БелИСА — 20011225), тема выполнялась в 2001–2005 гг.

«Развитие концепции факторной центральности и ее применение к анализу классов групп и других систем» Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины. Тема входит в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утвержденный решением Президиума НАН Беларуси № 907 от 12 мая 2006 г. Государственная программа фундаментальных исследований «Математические модели» (номер госрегистрации

в БелИСА — 20061155), выполнение темы запланировано на 2006–2010 гг.

«Частично насыщенные формации ограниченного \mathfrak{H} -дефекта» Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины, отдельный аспирантский проект Министерства образования Республики Беларусь (номер госрегистрации в БелИСА — 2007990). Тема выполнялась в 2007 году.

«Насыщенные классы конечных групп, конечномерных линейных алгебр, их алгебра и приложения» Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины, отдельный проект Министерства образования Республики Беларусь (номер госрегистрации в БелИСА — 2008470). Выполнение темы запланировано на 2008–2010 гг.

Цель и задачи исследования

Целью диссертации является получение описания строения ω -насыщенных формаций конечных групп, имеющих заданную решетку подформаций. Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

- получить классификацию ω -насыщенных формаций, обладающих \mathfrak{H}^ω -дефектом ≤ 2 , где \mathfrak{H} — некоторая формация классического типа;
- дать описание n -кратно ω -насыщенных формаций нильпотентного дефекта 2 (А.Н. Скиба и Л.А. Шеметков [8, проблема 5]);
- найти критерий булевости решетки всех ω -насыщенных подформаций, заключенных между ω -насыщенной формацией \mathfrak{F} и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$, где \mathfrak{H} — разрешимая формация классического типа.

Объектом исследования являются n -кратно ω -насыщенные формации конечных групп ограниченного \mathfrak{H}^ω -дефекта.

Предмет исследования — структурные свойства n -кратно ω -насыщенных формаций конечных групп ограниченного \mathfrak{H}^ω -дефекта.

Положения, выносимые на защиту

1. Описание ω -насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта ≤ 2 , где \mathfrak{H} — некоторая формация классического типа:

- классификация ω -насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта 1, теорема 2.1.13;
- описание структурного строения приводимых ω -насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта 2, теорема 2.3.2;
- описание конечных групп, порождающих неприводимые ω -насыщенные формации \mathfrak{H}^ω -дефекта 2, теорема 2.4.4.

2. Решение проблемы А.Н. Скибы и Л.А. Шеметкова об описании n -кратно ω -насыщенных формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта ≤ 2 [8, проблема 5]:

— классификация минимальных n -кратно ω -насыщенных ненильпотентных формаций, теорема 3.1.10;

— описание внутреннего решеточного строения l_n^ω -приводимых формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта ≤ 2 , теоремы 3.2.7 и 3.3.2;

— описание конечных групп, порождающих l_n^ω -неприводимые формации нильпотентного l_n^ω -дефекта 2, теорема 3.4.2.

3. Критерий булевости решетки всех ω -насыщенных подформаций, заключенных между ω -насыщенной формацией \mathfrak{F} и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$, где \mathfrak{H} — разрешимая формация классического типа, теорема 4.1.14.

Все результаты диссертации являются новыми, впервые получены автором.

Личный вклад соискателя

Диссертационная работа выполнена соискателем лично под руководством доктора физико-математических наук, доцента Сафонова Василия Григорьевича. Научным руководителем были поставлены задачи и предложена методика их исследования. В совместно опубликованных работах [1-А, 3-А, 8-А, 12-А, 13-А, 14-А, 16-А, 22-А] идеи и методы принадлежат научному руководителю, а реализованы соискателем. Остальные работы выполнены соискателем самостоятельно и опубликованы без соавторов.

Апробация результатов диссертации

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах кафедры алгебры и геометрии Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины, а также на следующих конференциях:

— 5th International Algebraic Conference in Ukraine (Odessa, 20–27 July 2005);

— Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов — 2005» (Севастополь, 12–16 апреля 2005 г.);

— VIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 14–16 марта 2005 г.);

— Юбилейной научно-практической конференции, посвященной 75-летию со дня основания Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины (Гомель, 14–15 июня 2005 г.);

— Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов — 2006» (Севастополь, 12–15 апреля 2006 г.);

— Международной алгебраической конференции «Классы групп, алгебр и их приложения», посвященной 70-летию со дня рождения Л.А. Шеметкова (Гомель, 9–11 июля 2007 г.);

- The 6th International Algebraic Conference in Ukraine (Kamyanets-Podilsky, 1–7 July 2007);
- XI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 17–19 марта 2008 г.);
- Международной алгебраической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессора А. Г. Куроша (Москва, 28 мая – 3 июня 2008 г.).

Опубликованность результатов диссертации

По теме диссертации опубликовано 22 работы. Из них 8 статей опубликовано в научных журналах, включенных в Перечень научных изданий Республики Беларусь для опубликования результатов диссертационных исследований, утвержденный ВАК, 2 статьи в сборниках научных работ, 2 препринта и 10 материалов и тезисов докладов конференций. Общий объем опубликованных материалов — 4,75 авторских листа, в том числе: статей в научных журналах — 3,0 авторских листа; статей в сборниках научных работ — 0,29 авторских листа; препринтов — 1,03 авторских листа; материалов и тезисов докладов конференций — 0,44 авторских листа.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав основной части, заключения и библиографического списка в алфавитном порядке в количестве 73 наименований использованных источников и 22 наименований публикаций соискателя. Полный объем диссертации — 85 страниц, из них 8 страниц занимает библиографический список.

Автор выражает глубокую благодарность и признательность своему научному руководителю — доктору физико-математических наук, доценту Сафонову Василию Григорьевичу за внимание и помощь, оказанные им при написании данной диссертации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Все рассматриваемые в диссертации группы предполагаются конечными. Используются стандартные определения и обозначения, принятые в работах [8, 37–41].

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав основной части, заключения и библиографического списка.

Глава 1 «Частично насыщенные формации. Исходные понятия и результаты» содержит аналитический обзор литературы по теме диссертации. В данной главе приводятся основные этапы развития теории частично насыщенных формаций, дается описание объектов исследования диссертационной работы и используемых при проведении исследования методов, формулируются нерешенные вопросы и задачи, связанные с описанием частично насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта малых размерностей.

Напомним, что для всякой совокупности групп \mathfrak{M} через $l^\omega \text{form} \mathfrak{M}$ обозначают пересечение всех ω -насыщенных формаций, содержащих \mathfrak{M} . Для произвольных совокупностей групп \mathfrak{M} и \mathfrak{H} полагают $\mathfrak{M} \vee^\omega \mathfrak{H} = l^\omega \text{form}(\mathfrak{M} \cup \mathfrak{H})$. Множество l^ω всех ω -насыщенных формаций относительно включения \subseteq образует модулярную решетку [9].

Через $\mathfrak{F}/^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ обозначают решетку ω -насыщенных формаций, заключенных между ω -насыщенной формацией \mathfrak{F} и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$. Длину решетки $\mathfrak{F}/^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ называют \mathfrak{H}^ω -дефектом формации \mathfrak{F} .

Формацию \mathfrak{F} называют формацией классического типа, если она обладает спутником, все неабелевы значения которого являются насыщенными формациями.

Основное содержание диссертации представлено в главах 2–4. Глава 2 «Частично насыщенные формации ограниченного \mathfrak{H}^ω -дефекта» включает в себя пять разделов. В первом разделе главы 2 получено описание ω -насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта 1, где \mathfrak{H} — некоторая формация классического типа.

2.1.13. Теорема [5-A, 11-A, 19-A]. Пусть \mathfrak{H} — некоторая формация классического типа, \mathfrak{F} — некоторая ω -насыщенная формация. Тогда в том и только в том случае \mathfrak{H}^ω -дефект формации \mathfrak{F} равен 1, когда $\mathfrak{F} = \mathfrak{M} \vee^\omega \mathfrak{H}_1$, где \mathfrak{M} — ω -насыщенная \mathfrak{H} -подформация формации \mathfrak{F} , \mathfrak{H}_1 — минимальная ω -насыщенная не \mathfrak{H} -подформация формации \mathfrak{F} , при этом:

- 1) всякая ω -насыщенная \mathfrak{H} -подформация из \mathfrak{F} входит в $\mathfrak{M} \vee^\omega (\mathfrak{H}_1 \cap \mathfrak{H})$;
- 2) всякая ω -насыщенная не \mathfrak{H} -подформация \mathfrak{F}_1 из \mathfrak{F} имеет вид $\mathfrak{H}_1 \vee^\omega (\mathfrak{F}_1 \cap \mathfrak{H})$.

Заметим, что многие хорошо известные формации являются форма-

циями классического типа. Например, формации всех нильпотентных, π -нильпотентных, разрешимых, π -разрешимых, π -специальных, π -замкнутых, π -разложимых групп, где π — некоторое множество простых чисел, являются формациями классического типа. Поэтому из теоремы 2.1.13 можно получить в качестве следствий ряд как известных так и новых результатов теории насыщенных и частично насыщенных формаций. Во втором разделе главы 2 приведены некоторые из них. В частности, из теоремы 2.1.13 вытекают результаты А.Н. Скибы [12], В.В. Аниськова [13], Н.Г. Жевновой [14], В.Г. Сафонова и И.Н. Сафоновой [15].

Перспективность применения результатов раздела 2.1 в исследованиях по теории ω -насыщенных формации подтверждается основными результатами разделов 2.3 и 2.4, в которых дано описание структурного строения ω -насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта 2, где \mathfrak{H} — некоторая формация классического типа.

ω -Насыщенная формация \mathfrak{F} называется l^ω -приводимой, если она может быть представлена в виде решеточного объединения некоторых своих собственных ω -насыщенных подформаций в решетке l^ω . В противном случае ω -насыщенную формацию \mathfrak{F} называют l^ω -неприводимой.

2.3.2 Теорема [6-A, 12-A]. Пусть \mathfrak{H} — некоторая формация классического типа, \mathfrak{F} — приводимая ω -насыщенная формация. В точности тогда \mathfrak{H}^ω -дефект приводимой ω -насыщенной формации \mathfrak{F} равен 2, когда выполняется одно из следующих условий:

1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{M} \vee^\omega \mathfrak{H}_1 \vee^\omega \mathfrak{H}_2$, где \mathfrak{M} — некоторая ω -насыщенная подформация формации \mathfrak{H} , а \mathfrak{H}_1 и \mathfrak{H}_2 — различные минимальные ω -насыщенные не \mathfrak{H} -формации;

2) $\mathfrak{F} = \mathfrak{M} \vee^\omega \mathfrak{H}_1$, где \mathfrak{M} — некоторая ω -насыщенная подформация формации \mathfrak{H} , а \mathfrak{H}_1 — неприводимая ω -насыщенная формация с \mathfrak{H}^ω -дефектом 2.

Группа G называется критической, если G — группа минимального порядка из $\mathfrak{F} \setminus \mathfrak{M}$ для некоторых формаций \mathfrak{F} и \mathfrak{M} .

Критическая группа $G \in \mathfrak{F}$ называется \mathfrak{H} -базисной, если у формации, ею порожденной, имеется лишь единственная максимальная подформация \mathfrak{M} , причем $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H}$.

2.4.4 Теорема [6-A, 12-A]. Пусть \mathfrak{F} — неприводимая ω -насыщенная формация, \mathfrak{M} — ее максимальная ω -насыщенная подформация, \dot{M} — канонический ω -локальный спутник формации \mathfrak{M} , \mathfrak{H} — некоторая формация классического типа. Пусть \mathfrak{H}^ω -дефект формации \mathfrak{F} равен 2, тогда $\mathfrak{F} = l^\omega \text{form} G$, где G — такая монолитическая группа с цоколем $P = G^{\mathfrak{M}}$, что либо $\pi(P) \cap \omega = \emptyset$, G — \mathfrak{M} -базисная группа и $l^\omega \text{form}(G/P)$ — ω -насыщенная формация \mathfrak{H}^ω -дефекта 1, либо $\pi(P) \cap \omega \neq \emptyset$ и выполняется одно из условий:

1) $G = [P]H$, $P = C_G(P)$ — p -группа, H — $\dot{M}(p)$ -базисная группа и $l^\omega \text{form} H$ имеет \mathfrak{H}^ω -дефект ≤ 1 ;

2) P — неабелева группа, G — $\dot{M}(p)$ -базисная группа для любого $p \in \pi(P) \cap \omega$ и $l^\omega \text{form}(G/P)$ — ω -насыщенная формация \mathfrak{H}^ω -дефекта 1.

Глава 3 «Кратно частично насыщенные формации \mathfrak{N}_n^ω -дефекта ≤ 2 » посвящена исследованию n -кратно ω -насыщенных формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта ≤ 2 .

Напомним, что ω -локальным спутником называют функцию f , заданную на множестве $\omega \cup \{\omega'\}$, со значениями во множестве всех формаций конечных групп. Если формация \mathfrak{F} состоит из тех и только тех групп G , для которых имеет место $G/G_{\omega d} \in f(\omega')$ и $G/F_p(G) \in f(p)$ для всех $p \in \omega \cap \pi(G)$, то говорят, что \mathfrak{F} — ω -локальная формация, а f — ω -локальный спутник формации \mathfrak{F} . Всякую формацию считают 0-кратно ω -насыщенной. При $n \geq 1$ формацию \mathfrak{F} называют n -кратно ω -насыщенной, если $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$, где все значения ω -локального спутника f являются $(n-1)$ -кратно ω -насыщенными формациями.

Длину решетки $\mathfrak{F}/_n^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$, где \mathfrak{N} — формация всех нильпотентных групп называют нильпотентным l_n^ω -дефектом формации \mathfrak{F} (или \mathfrak{N}_n^ω -дефектом формации \mathfrak{F}).

В работе [8, Проблема 5] А.Н. Скибой и Л.А. Шеметковым в 1999 г. была поставлена проблема описания n -кратно ω -насыщенных формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта 2. Глава 3 посвящена решению этой задачи.

В разделе 3.1 получено описание минимальных n -кратно ω -насыщенных ненильпотентных формаций. При этом под минимальной n -кратно ω -насыщенной ненильпотентной формацией понимается такая n -кратно ω -насыщенная формация, не содержащаяся в классе всех нильпотентных групп \mathfrak{N} , что всякая собственная ее n -кратно ω -насыщенная подформация содержится в \mathfrak{N} .

3.1.10 Теорема [7-А, 20-А]. *Тогда и только \mathfrak{F} является минимальной n -кратно ω -насыщенной ненильпотентной формацией, когда $\mathfrak{F} = l_n^\omega \text{form} G$, где G — такая монолитическая группа с цоколем $R = G^\mathfrak{N}$, что либо $\pi = \pi(R) \cap \omega = \emptyset$, либо $\pi \neq \emptyset$ и выполняется одно из следующих условий:*

1) $G = [R]Q$ — группа Шмидта с $\Phi(G) = 1$, где $R = C_G(R)$ — абелева p -группа, $p \in \omega$ и $|Q| = q$ — простое число;

2) R — неабелева pd -группа, $G/R \in \mathfrak{N}_p$, где $p \in \omega$, причем, если $|\pi| > 1$, то $n = 1$ и $G = R$ — простая неабелева группа.

Следствиями теоремы 3.1.10 являются соответствующие результаты работ А.Н. Скибы [19], Л.А. Шеметкова и А.Н. Скибы [38, с. 191], Джарадина Джехада [42].

Критические n -кратно ω -насыщенные формации, описанные в разделе 3.1, могут быть использованы при решении различных вопросов теории формаций групп. Особенно эффективно применение формаций такого рода в вопросах классификации частично насыщенных формаций с заданной системой подформаций. В разделе 3.2 с помощью теоремы 3.1.10 получено описание n -кратно ω -насыщенных формаций, обладающих максимальной n -кратно ω -насыщенной нильпотентной подформацией.

3.2.7 Теорема [8-A, 12-A]. Пусть \mathfrak{F} — n -кратно ω -насыщенная формация. Тогда в том и только в том случае \mathfrak{N}_n^ω -дефект формации \mathfrak{F} равен 1, когда $\mathfrak{F} = \mathfrak{M} \vee_n^\omega \mathfrak{H}$, где \mathfrak{M} — n -кратно ω -насыщенная нильпотентная подформация формации \mathfrak{F} , \mathfrak{H} — минимальная n -кратно ω -насыщенная ненильпотентная подформация формации \mathfrak{F} , при этом:

1) всякая n -кратно ω -насыщенная нильпотентная подформация из \mathfrak{F} входит в $\mathfrak{M} \vee_n^\omega (\mathfrak{H} \cap \mathfrak{N})$;

2) всякая n -кратно ω -насыщенная ненильпотентная подформация \mathfrak{F}_1 из \mathfrak{F} имеет вид $\mathfrak{H} \vee_n^\omega (\mathfrak{F}_1 \cap \mathfrak{N})$.

В разделе 3.3 устанавливается внутреннее решеточное строение l_n^ω -приводимых формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта 2.

3.3.2 Теорема [8-A, 12-A, 18-A]. Пусть \mathfrak{F} — l_n^ω -приводимая формация ($n \geq 2$). Тогда и только тогда \mathfrak{N}_n^ω -дефект формации \mathfrak{F} равен 2, когда \mathfrak{F} удовлетворяет одному из следующих условий:

1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{H}_2 \vee_n^\omega \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{N}$, \mathfrak{H}_1 и \mathfrak{H}_2 — различные минимальные n -кратно ω -насыщенные ненильпотентные формации;

2) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} \vee_n^\omega \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{N}$, \mathfrak{H} — l_n^ω -неприводимая формация \mathfrak{N}_n^ω -дефекта 2, $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{H}$, причем, если $n > 1$, то $\pi(\mathfrak{H}) \not\subseteq \omega$.

Следствием теоремы 3.3.2 являются известные результаты А.Н. Скибы и Е.А. Таргонского [11], а также результаты работы В.Г. Сафонова [16].

В разделе 3.4 приводится описание конечных групп, порождающих l_n^ω -неприводимые формации \mathfrak{N}_n^ω -дефекта 2 при $n > 1$.

3.4.2 Теорема [8-A, 12-A, 22-A]. Пусть \mathfrak{F} — n -кратно ω -насыщенная формация ($n \geq 2$). Тогда и только тогда формация \mathfrak{F} — l_n^ω -неприводимая формация \mathfrak{N}_n^ω -дефекта 2, когда $\mathfrak{F} = l_n^\omega \text{form} G$, где G — такая монолитическая группа с цоколем P , что выполняется одно из следующих условий:

1) $G = [P]H$, где $P = C_G(P)$ — p -группа, $p \in \omega$, а H — группа, удовлетворяющая одному из следующих условий:

1.1) циклическая примарная группа порядка q^2 , $q \notin \omega$;

1.2) неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q , $q \notin \omega$;

1.3) монолитическая группа с цоколем $Q = H^{\mathfrak{N}_p}$ и Q — ω' -группа;

2) P — неабелева группа, $\pi(P) \cap \omega = \{p\}$, а группа $(G/P)/O_p(G/P)$ удо-

влетворяет одному из следующих условий:

2.1) q -группа, $q \in \omega$;

2.2) элементарная абелева q -группа, $q \notin \omega$;

2.3) подпрямое произведение групп, изоморфных M , где M — такая монолитическая группа с цоколем L , что $L = M^{\mathfrak{N}_p}$ — неабелева группа, $\pi(L) \cap \omega = \{p\}$;

3) P — ω' -группа, формация $l_n^\omega \text{form}(G/P)$ имеет \mathfrak{N}_n^ω -дефект 1, G — \mathfrak{M} -базисная группа, где $\mathfrak{M} = l_n^\omega \text{form} M \vee_n^\omega \mathfrak{K}$, $\mathfrak{K} \subseteq \mathfrak{N}$, а M — такая монолитическая группа с цоколем $L = M^{\mathfrak{N}}$, что выполнено одно из следующих условий:

3.1) $M = [L]N$ — группа Шмидта с $\Phi(M) = 1$, где $L = C_M(L)$ — абелева p -группа, $p \in \omega$, и $|N| = q$ — простое число, $q \neq p$;

3.2) $L = M^{\mathfrak{N}_p}$ — неабелева группа, причем $\pi(L) \cap \omega = \{p\}$;

3.3) L — ω' -группа.

Отметим, что результаты главы 3 позволяют дать решение проблемы описания n -кратно ω -насыщенных формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта 2, поставленной А.Н. Скибой и Л.А. Шеметковым в [8, проблема 5] в случае, когда $n \geq 2$. Случай при $n = 1$ был рассмотрен В.Г. Сафоновым [43].

Формации групп с системами дополняемых подформаций впервые изучались в работах А.Н. Скибы [44]. В дальнейшем, развивая идеи А.Н. Скибы, М.И. Эйдинов [45] и В.А. Ведерников [46] описали формации, все подформации которых дополняемы. Кроме того, В.А. Ведерников исследовал насыщенные формации с системами дополняемых подформаций. А.Н. Скиба [47] установил, что насыщенная формация является нильпотентной тогда и только тогда, когда в ней дополняема каждая подформация вида \mathfrak{N}_p . Обобщая эти результаты, В.В. Аниськов [13] описал насыщенные формации, у которых каждая собственная насыщенная подформация либо π -разложима, либо дополняема. В работах Н.Г. Жевновой [14, 48–50] было установлено внутренне строение ω -насыщенных формаций с дополняемыми подформациями. В частности, были описаны ω -насыщенные формации с булевой решеткой ω -насыщенных подформаций; ω -насыщенные формации \mathfrak{F} , у которых решетка всех ω -насыщенных формаций, лежащих между \mathfrak{F} и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$, является решеткой с дополнениями; ω -насыщенные формации с \mathfrak{N}_p -дополняемыми подформациями.

В главе 4 «Частично насыщенные формации с булевой решеткой подформаций» исследуются свойства ω -насыщенных формаций с определенными ограничениями на их подформациях. В разделе 4.1 получен новый критерий булевости решетки всех ω -насыщенных подформаций, заключенных между ω -насыщенной формацией \mathfrak{F} и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$, где \mathfrak{H} — разрешимая формация классического типа.

4.1.11 Теорема [6-A, 11-A]. Пусть \mathfrak{H} — некоторая разрешимая формация классического типа, \mathfrak{F} — ω -насыщенная формация и $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$. Тогда следующие условия равносильны:

- 1) решетка ω -насыщенных формаций $\mathfrak{F}/^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ является булевой;
- 2) решетка ω -насыщенных формаций $\mathfrak{F}/^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ является решеткой с дополнениями;
- 3) формация \mathfrak{F} представима в виде $\mathfrak{F} = (\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}) \vee^\omega (\vee^\omega \mathfrak{H}_i | i \in I)$, где $\{\mathfrak{H}_i | i \in I\}$ — множество всех минимальных ω -насыщенных не \mathfrak{H} -подформаций формации \mathfrak{F} .

Напомним, что пишут $\mathfrak{F} = D(\mathfrak{F}_i | i \in I)$, где $\{\mathfrak{F}_i | i \in I\}$ — некоторая система непустых подклассов класса групп \mathfrak{F} , если для любых различных i и j из I имеет место $\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{F}_j = (1)$ и, кроме того, каждая группа $G \in \mathfrak{F}$ имеет вид $G = A_{i_1} \times \dots \times A_{i_t}$, где $A_{i_1} \in \mathfrak{F}_{i_1}, \dots, A_{i_t} \in \mathfrak{F}_{i_t}$ для некоторых $i_1, \dots, i_t \in I$.

В разделе 4.2 приведены некоторые следствия теоремы 4.1.11. В частности, из данной теоремы вытекают следующие известные результаты.

4.2.3 Следствие [49]. Пусть \mathfrak{F} — ω -насыщенная формация. Тогда следующие условия равносильны:

- 1) решетка ω -насыщенных подформаций формации \mathfrak{F} булева;
- 2) в \mathfrak{F} дополняемы все минимальные ω -насыщенные подформации;
- 3) $\mathfrak{F} = D(\mathfrak{H}_i | i \in I)$ для некоторого набора $\{\mathfrak{H}_i | i \in I\}$ минимальных ω -насыщенных формаций.

4.2.4 Следствие [50]. Пусть \mathfrak{F} — p -насыщенная формация. Тогда следующие условия равносильны:

- 1) \mathfrak{F} есть прямое произведение своих минимальных p -насыщенных подформаций;
- 2) решетка p -насыщенных подформаций формации \mathfrak{F} булева;
- 3) в \mathfrak{F} дополняемы все минимальные p -насыщенные подформации.

4.2.5 Следствие [47]. Пусть \mathfrak{F} — неединичная насыщенная формация. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) решетка насыщенных подформаций \mathfrak{F} булева;
- 2) формация \mathfrak{F} нильпотентна;
- 3) в \mathfrak{F} дополняема каждая подформация вида \mathfrak{N}_p , где p — некоторое простое число.

4.2.6 Следствие [14]. Пусть \mathfrak{F} — произвольная ω -насыщенная формация и $\{\mathfrak{H}_i | i \in I\}$ — множество всех минимальных ω -насыщенных нильпотентных подформаций из \mathfrak{F} . Тогда и только тогда $\mathfrak{F}/^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ — решетка с дополнениями, когда $\mathfrak{F} = (\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}) \vee^\omega (\vee^\omega \mathfrak{H}_i | i \in I)$.

4.2.7 Следствие [46, 47]. Пусть \mathfrak{F} — насыщенная формация. Тогда и только тогда насыщенная формация \mathfrak{F} нильпотентна, когда в \mathfrak{F} дополняема

каждая минимальная насыщенная подформация.

4.2.8 Следствие [15-A]. Пусть \mathfrak{F} — ω -насыщенная формация, \mathfrak{S} — формация всех разрешимых групп. Тогда и только тогда решетка $\mathfrak{F}/{}^\omega\mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}$ является решеткой с дополнениями, когда $\mathfrak{F} = (\mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}) \vee^\omega (\vee^\omega \mathfrak{H}_i | i \in I)$, где $\{\mathfrak{H}_i | i \in I\}$ — совокупность всех минимальных ω -насыщенных неразрешимых подформаций из \mathfrak{F} .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

В диссертации проведено систематическое изучение задачи описания ω -насыщенных и n -кратно ω -насыщенных формаций с заданными ограничениями на решетку их подформаций. Основные результаты диссертации следующие.

Для произвольной формации классического типа \mathfrak{H} получена классификация ω -насыщенных формаций \mathfrak{F} , содержащих максимальную ω -насыщенную \mathfrak{H} -подформацию \mathfrak{M} . Установлено, что всякая ω -насыщенная \mathfrak{H} -подформация из \mathfrak{F} содержится в $\mathfrak{M} \vee^\omega (\mathfrak{H}_1 \cap \mathfrak{H})$, где \mathfrak{H}_1 — минимальная ω -насыщенная не \mathfrak{H} -подформация, а всякая ω -насыщенная не \mathfrak{H} -подформация \mathfrak{F}_1 из \mathfrak{F} представима в виде $\mathfrak{H}_1 \vee^\omega (\mathfrak{F}_1 \cap \mathfrak{H})$, теорема 2.1.13 [5-А, 11-А, 19-А].

Установлено структурное строение приводимых ω -насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта 2. В частности, доказано, что приводимые ω -насыщенные формации имеют \mathfrak{H}^ω -дефект 2 в том и только том случае, когда они либо содержат две различные минимальные ω -насыщенные не \mathfrak{H} -формации с максимальными ω -насыщенными \mathfrak{H} -подформациями, либо одну неприводимую ω -насыщенную формацию \mathfrak{H}^ω -дефекта 2, теорема 2.3.2 [6-А, 12-А].

Найдено описание конечных монолитических групп, порождающих неприводимые ω -насыщенные формации \mathfrak{H}^ω -дефекта 2, теорема 2.4.4 [6-А, 12-А].

Развивая теорию критических формаций в классе n -кратно ω -насыщенных формаций, получена классификация минимальных n -кратно ω -насыщенных нильпотентных формаций ($n > 1$), теорема 3.1.10 [7-А, 20-А]. Используя данную классификацию, установлено внутренне решеточное строение l_n^ω -приводимых формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта 1, теорема 3.2.7 [8-А, 12-А] и нильпотентного l_n^ω -дефекта 2 ($n > 1$), теорема 3.3.2 [8-А, 12-А]; найдено описание конечных групп, порождающих l_n^ω -неприводимые формации нильпотентного l_n^ω -дефекта 2 ($n > 1$), теорема 3.4.2 [8-А, 12-А, 22-А]. Тем самым дано полное решение проблемы А.Н. Скибы и Л.А. Шеметкова об описании n -кратно ω -насыщенных формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта 2 [8, проблема 5] при $n > 1$.

Получен новый критерий булевости решетки всех ω -насыщенных подформаций, заключенных между \mathfrak{F} и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$, где \mathfrak{H} — разрешимая формация классического типа, теорема 4.1.11 [6-А, 11-А]. Доказанная теорема показывает, что условие булевости решетки подформаций $\mathfrak{F}/^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ ω -насыщенной формации \mathfrak{F} равносильно тому, что либо данная решетка является решеткой с дополнениями, либо сама формация \mathfrak{F} представима в виде содержащихся в ней атомов.

Рекомендации по практическому использованию результатов

Полученные результаты могут найти приложения при изучении внутреннего строения ω -насыщенных формаций конечных групп и n -кратно ω -насыщенных формаций конечных групп, а также при исследовании решетки частично насыщенных и кратно частично насыщенных формаций.

Решенные в диссертации задачи позволяют найти новые классы модулярных и дистрибутивных решеток, а также ряд специальных классов булевых решеток. Разработанные в диссертации методы позволяют подойти к новым, еще не решенным проблемам общей теории классов конечных групп по свойствам ассоциированных с ними решеток.

Результаты диссертации могут быть использованы в учебном процессе при преподавании спецкурсов для студентов математических специальностей университетов, при написании курсовых, дипломных работ, магистерских и кандидатских диссертаций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Список использованных источников

1. Gaschuts, W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen / W. Gaschuts // Math. Z. — 1963. — Bd. 80, № 4. — P. 300–305.
2. Шеметков, Л.А. О произведении формаций / Л.А. Шеметков // Докл. АН БССР. — 1984. — Т.28 — № 2. — С. 101–103.
3. Скиба, А.Н. О частично локальных формациях / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Докл. АН Беларуси. — 1995. — Т.39, № 3. — С. 123–143.
4. Халед, Аль-Шаро О пересечении некоторого семейства максимальных подгрупп конечной группы / Аль-Шаред Халед // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — 1996. — Вып. 9. — С. 144–152.
5. Джарадин Джехад. Минимальные p -насыщенные ненильпотентные формации / Джарадин Джехад // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — 1995. — Вып. 8. — С. 59–64.
6. Джарадин Джехад Частично локальные формации с системами наследственных подформаций / Джарадин Джехад, А.Н. Скиба // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 1996. — № 3. — С. 13–16.
7. Джарадин Джехад. О формациях с системами наследственных подформаций / Джарадин Джехад // Изв. вузов. Сер. Математика. — 1997. — № 1. — С. 1–5.
8. Скиба, А.Н. Кратно ω -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды. — 1999. — Т. 2, № 2. — С. 114–147.
9. Ballester-Bolinches, A. On lattices of p -local formations of finite groups / A. Ballester-Bolinches, L.A. Shemetkov // Math. Nachr. — 1997. — Vol. 186. — P. 57–65.
10. Shemetkov, L.A. Frattini extensions of finite groups and formations / L.A. Shemetkov // Communications in Algebra. — 1997. — Vol. 25, № 3. — P. 955–964.
11. Скиба, А.Н. Классификация локальных формаций конечных групп с нильпотентным дефектом 2 / А.Н. Скиба, Е.А. Таргонский // Матем. заметки. — 1987. — Т. 41, № 4. — С. 490–499.
12. Скиба, А.Н. О локальных формациях с ограниченным p -разложимым дефектом / А.Н. Скиба // Изв. вузов. Сер. Математика. — 1991. — № 4. — С. 63–69.

13. Аниськов, В.В. О приводимых локальных формациях с заданным \mathfrak{H} -дефектом / В.В. Аниськов // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 1997. — № 4. — С. 65–68.
14. Жевнова, Н.Г. ω -локальные формации с дополняемыми подформациями: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.06 / Н.Г. Жевнова; Гом. гос ун-т им. Ф.Скорины. — Гомель, 1997. — 17 с.
15. Сафонов, В.Г. О приводимых ω -насыщенных формациях с разрешимым дефектом ≤ 2 / В.Г. Сафонов И.Н. Сафонова // Изв. Гом. гос. ун-та им. Ф.Скорины. — 2005. — № 5(32). — С. 162–165.
16. Сафонов В.Г. Ократно локальных формациях конечных групп с ограниченным нильпотентным дефектом / В.Г. Сафонов // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — 1996. — Вып. 9. — С. 161–175.
17. Сафонов, В.Г. К теории тотально насыщенных формаций конечных групп / В.Г. Сафонов. — Гомель, 2008. — 34 с. — (Препринт / Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 15).
18. Шеметков, Л.А. Экраны ступенчатых формаций / Л.А. Шеметков // Труды VI Всесоюзного симпозиума по теории групп. — Киев: Наукова думка. — 1980. — С. 37–50.
19. Скиба, А.Н. О критических формациях / А.Н.Скиба // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. — 1980, № 4. — С. 27–33.
20. Скиба, А.Н. О критических формациях / А.Н. Скиба // Доклады АН БССР. — 1983. — Т. 27, № 9. — С. 780–782.
21. Скиба, А.Н. Формации со сверхразрешимыми локальными подформациями / А.Н. Скиба // Группы и другие алгебраические системы с условиями конечности: сб. науч. тр. / Ин-т математики СО АН СССР; отв. ред. Ю.И. Мерзляков. — Новосибирск: Наука, 1984. — № 4. — С. 101–118.
22. Скиба, А.Н. О минимальных локальных не π -сверхразрешимых формациях / А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — 1985. — Вып. 1. — С. 109–117.
23. Скиба, А.Н. Характеризация конечных метанильпотентных групп / А.Н. Скиба // Мат. заметки. — 1980. — Т. 27, № 3. — С. 345–351.
24. Скиба, А.Н. О критических формациях / А.Н. Скиба // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры. — Киев, 1993. — С. 258–268.
25. Скиба, А.Н. Характеризация конечных разрешимых групп заданной нильпотентной длины / А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — 1987. — Вып. 3. — С. 21–31.

26. Сафонов, В.Г. О минимальных кратно локальных формациях не \mathfrak{H} -формациях конечных групп / В.Г. Сафонов // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — 1995. — Вып. 8. — С. 109–138.
27. Wenbin, G On totally local formations of groups / Wenbin Guo; K. P. Shum // Communications in Algebra. — 2002. — V. 30 — P. 2117–2131.
28. Вэньбинь, Г. Об одном вопросе теории кратно локальных формаций / Го Вэньбинь // Сиб. матем. журн. — 2004. — Т. 45, № 6. — С. 1263–1270.
29. Рыжик, В.Н. О критических p -локальных формациях / В.Н. Рыжик. — Гомель, 1997. — 12 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 58).
30. Сафонова, И.Н. О минимальных ω -локальных несверхразрешимых формациях / И.Н. Сафонова // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — 1998. — Вып. 12. — С. 123–130.
31. Сафонова, И.Н. К теории \mathfrak{H}_ω -критических формаций конечных групп / И.Н. Сафонова // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. — 2001. — № 6 (17). — С. 124–133.
32. Сафонова, И.Н. К теории критических ω -насыщенных формаций конечных групп / И.Н. Сафонова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. — 2004. — № 11. — С. 9–14.
33. Сафонова, И.Н. К теории критических частично насыщенных формаций / И.Н. Сафонова // Изв. Гом. гос. ун-та им. Ф. Скорины. — 2004. — № 6 (27). — С. 82–87.
34. Сафонова, И.Н. О критических частично насыщенных формациях конечных групп / И.Н. Сафонова // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 2006. — №2. — С. 51–55.
35. Сафонова, И.Н. О минимальных ω -насыщенных не \mathfrak{N}^n -формациях / И.Н. Сафонова // Изв. Гом. гос. ун-та им. Ф. Скорины. — 2006. — №5 (38). — С. 68–72.
36. Сафонова, И.Н. О минимальных ω -локальных не \mathfrak{H} -формациях / И.Н. Сафонова // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 1999. — № 2. — С. 23–27.
37. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. — М.: Наука, 1978. — 272 с.
38. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. — М.: Наука, 1989. — 253 с.
39. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. — Мн.: Беларуская навука, 1997. — 240 с.

40. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. — Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. — 891 p.
41. Guo, W. The theory of classes groups / W. Guo. — Beijing-New York-Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Press, 2000. — 421 p.
42. Джарадин Джехад Классификация p -локальных формаций длины ≤ 3 : Автореф. дис. Канд. физ.-мат. наук: Д 02.12.01 / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины. — Гомель, 1996. — 15 с.
43. Частично локальные формации с заданными системами подформаций: отчет о НИР (заключительный): ГБЦМ 20-07 / УО "Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины"; рук. В.Г. Сафонов; исполн.: В.М. Селькин, В.В. Аниськов. — Гомель, 2001. — 69 с. — Библиогр.: с. 66–69. — № ГР 2000419.
44. Скиба, А.Н. О формациях с заданными системами подформаций / А.Н. Скиба // Подгрупповое строение конечных групп. — Минск: Наука и техника. — 1981. — С. 155–180
45. Эйдинов, М.И. О формациях с дополняемыми подформациями / М.И. Эйдинов // Тез. докл. IX Всесоюзн. симпозиум по теории групп. — М., 1984. — С. 101.
46. Ведерников, В.А. Вполне факторизуемые формации конечных групп / В.А. Ведерников // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — Мн., 1990. — Вып. 5. — С. 28–34.
47. Скиба, А.Н. О локальных формациях с дополняемыми локальными подформациями / А.Н. Скиба // Изв. вузов. Сер. Математика. — 1994. — № 10. — С. 75–80.
48. Жевнова Н.Г. О p -локальных формациях с p -дополняемыми p -локальными подформациями // Вопросы алгебры. Гомель: Изд-во Гом. ун-та. — 1996. — Вып. 10. — С. 55–70.
49. Жевнова, Н.Г. ω -Локальные формации с булевой решеткой ω -локальных подформаций / Н.Г. Жевнова // Доклады НАН Беларуси. — 1997. — Т. 41, № 5. — С. 15–19.
50. Жевнова, p -насыщенные формации с дополняемыми p -насыщенными подформациями / Н.Г. Жевнова, А. Н. Скиба // Изв. вузов. Матем., — 1997. — № 5. — С. 23–29.

Список публикаций соискателя

Статьи в научных журналах

- 1-А. Сафонов, В.Г. Частично насыщенные формации с π -нильпотентным дефектом 1 / В.Г.Сафонов, А.И. Рябченко // Вестн. Мозырского гос. пед. ун-та. — 2005. — № 2(13). — С. 16–20.

2-А. Рябченко, А.И. Частично насыщенные формации с π -специальным дефектом 1 / А.И. Рябченко // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. — 2006. — № 5. — С. 59–68.

3-А. Сафонов, В.Г. О ω -насыщенных формациях с π -разложимым дефектом 1 / В.Г.Сафонов, А.И. Рябченко // Вес. Магілёўскага дзярж. ун-та ім. А.А.Куляшова. — 2006. — № 4 (25). — С. 204–211.

4-А. Рябченко, А.И. О частично насыщенных формациях с \mathfrak{X} -дефектом 1 / А.И. Рябченко // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз-мат. навук. — 2008. — № 1. — С. 28–34.

5-А. Рябченко, А.И. О частично насыщенной формации с максимальной подформацией классического типа / А.И. Рябченко // Изв. Гом. гос. ун-та им. Ф.Скорины. — 2008. — № 5(50), Ч.2. — С. 216–222.

6-А. Рябченко, А.И. К теории частично насыщенных формаций / А.И. Рябченко // Изв. Гом. гос. ун-та им. Ф.Скорины. — 2008. — № 6(51), Ч.2. — С. 153–160.

7-А. Рябченко, А.И. О минимальных n -кратно ω -насыщенных ненильпотентных формациях / А.И. Рябченко // Вест. Полоцкого гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. — 2008. — № 9. — С.31–36.

8-А. Сафонов, В.Г. Об одной проблеме теории кратно ω -насыщенных формаций / В.Г. Сафонов, А.И. Рябченко // Вест. Полоцкого гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. — 2009. — № 3. — С. 31–40.

Статьи в сборниках научных работ

9-А. Рябченко, А.И. Об однопорожденных ω -насыщенных формациях с заданной подрешеткой / А.И. Рябченко // Сб. науч. работ студентов и аспирантов учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» "Творчество молодых". — Гомель. — 2005. — С. 27–31.

10-А. Рябченко, А.И. Частично насыщенные формации с заданной структурой подформаций / А.И. Рябченко // Сб. науч. работ студентов высших учебных заведений Республики Беларусь "НИРС 2005": научн.изд. — Мн.: РУМЦ ФВН. — 2006. — С. 22.

Препринты

11-А. Рябченко, А.И. О свойствах ω -насыщенных формаций, имеющих решетку с дополнениями / А.И. Рябченко. — Гомель, 2008. — 30 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 16).

12-А. Сафонов, В.Г. О частично насыщенных формаций \mathfrak{H}_Θ -де-

фекта ≤ 2 / В.Г. Сафонов, А.И. Рябченко. — Гомель, 2008. — 34 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 23).

Тезисы докладов

13-А. Сафонов, В.Г. ω -Насыщенные формации π -разложимого дефекта 1 / В.Г. Сафонов, А.И. Рябченко // Матер. Юб. научно-практ. конф., посв. 75-летию со дня основания Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины, 14-15 июня 2005 г. — Гомель. — 2005. — С. 111–113.

14-А. Сафонов, В.Г. О частично насыщенных формациях с заданной решеткой подформаций / В.Г.Сафонов, А.И. Рябченко // Матер. научн. конф. «Ломоносовские чтения» 2005 года и IV Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов - 2005»; редкол.: В.А. Иванов [и др.]. — Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ-Гидрофизика», 2005. — С. 141–142.

15-А. Рябченко, А.И. О ω -насыщенных формациях, имеющих заданную подрешетку с дополнениями / А.И. Рябченко // Новые матем. методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: тез. докл. VIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 14–16 марта 2005 г. / Гомел. гос. ун-т им. Ф.Скорины; редкол.: Д.Г. Лин [и др.]. — Гомель, 2005. — С. 217–219.

16-А. Safonov, V.G. About ω -saturated formations with π -nilpotent defect 1 / V.G. Safonov, A.I.Rjabchenko // 5th International Algebraic Conference in Ukraine: Abstracts, Odessa, July 20–27, 2005. / Odessa I.I. Mechnikov National University, Kyiv Taras Shevchenko National University, Universite of Mathematics of National Academy of Science of Ukraine, Odessa A.S. Popov National Academy of Communication, Lugansk Taras Shevchenko National Pedagogical University; редкол.: В.В. Кириченко [и др.]. — Odessa, 2005. — P. 175.

17-А. Рябченко, А.И. Об ω -насыщенных формациях π -специального дефекта 1 / А.И. Рябченко // Матер. научн. конф. «Ломоносовские чтения» 2006 года и V Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов — 2006»; редкол.: В.А. Иванов [и др.]. — Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ-Гидрофизика», 2006. — С. 123.

18-А. Рябченко А.И. О приводимых n -кратно ω -насыщенных формациях нильпотентного дефекта 2 / А.И. Рябченко // Классы групп, алгебр и их приложения: матер. Междунар. алгебр. конф., посвящ. 70-летию со дня рождения Л.А. Шеметкова, Гомель, 9-11 июля 2007 г. /

Гомельский гос. ун-т им.Ф.Скорины; редкол.: В.С. Монахов (отв. ред.) [и др.]. — Гомель. — 2007. — С. 117–118.

19-А. Rjabchenko, A. On ω -saturated formations with maximal classical type subformation / A.Rjabchenko // The 6th International Algebraic Conference in Ukraine. — Камуанетс-Подилскы, 2007. — Р. 167–168.

20-А. Рябченко, А.И. О минимальных n -кратно ω -насыщенных ненильпотентных формациях / А.И. Рябченко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: тез. докл. XI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 17–19 марта 2008 г. / Гомел. гос. ун-т им. Ф.Скорины; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. в 2 ч. Ч. 2 — Гомель, 2008. — С. 18–19.

21-А. Рябченко, А.И. О свойствах n -кратно ω -насыщенных нильпотентных формаций / А.И.Рябченко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: тез. докл. XI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 17–19 марта 2008 г. / Гомел. гос. ун-т им. Ф.Скорины; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. в 2 ч. Ч. 2 — Гомель, 2008. — С. 19–20.

22-А. Сафонов, В.Г. Об одной задаче А.Н. Скибы и Л.А. Шеметкова / В.Г. Сафонов, А.И. Рябченко // Международная алгебраическая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения профессора А.Г. Куроша. Тезисы докладов; редкол.: Э.Б. Винберг [и др.]. — М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2008. — С. 203–205.

Р Э З Ю М Э

Рабчанка Аляксей Іванавіч

Часткова насычаныя фармацыі з зададзенай рашоткай падфармацый

Ключавыя словы: канечная група, клас груп, фармацыя, ω -насычаная фармацыя, n -кратна ω -насычаная фармацыя, ω -лакальны спутнік, рашотка фармацый, булевая рашотка фармацый.

У дысертацыі даследуюцца часткова насычаныя і кратна часткова насычаныя фармацыі абмежаванага дэфекту. Распрацаваны новыя метады даследавання часткова насычаных фармацый \mathfrak{H}^ω -дэфекту малых памернасцей. Для адвольнай фармацыі \mathfrak{H} класічнага тыпу атрымана класіфікацыя ω -насычаных фармацый \mathfrak{H}^ω -дэфекту ≤ 2 . Дадзена рашэнне праблемы апісання n -кратна ω -насычаных фармацый нільпатэнтнага l_n^ω -дэфекту 2 (А.Н. Скіба і Л.А.Шамяткоў, 1999 г.). Атрыманы новы крытэрыі булевасці рашоткі ўсіх ω -насычаных падфармацый, змешчаных паміж ω -насычанай фармацыяй \mathfrak{F} і $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$, дзе \mathfrak{H} — вышэйшая фармацыя класічнага тыпу.

Усе асноўныя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях па тэорыі канечных груп і іх класаў, а таксама пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах.

Р Е З Ю М Е

Рябченко Алексей Иванович

Частично насыщенные формации с заданной решеткой подформаций

Ключевые слова: конечная группа, класс групп, формация, ω -насыщенная формация, n -кратно ω -насыщенная формация, ω -локальный спутник, решетка формаций, булева решетка формаций.

В диссертации исследуются частично насыщенные и кратно частично насыщенные формации ограниченного дефекта. Разработаны новые методы исследования частично насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта малых размерностей. Для произвольной формации \mathfrak{H} классического типа получена классификация ω -насыщенных формаций \mathfrak{H}^ω -дефекта ≤ 2 . Дано решение проблемы описания n -кратно ω -насыщенных формаций нильпотентного l_n^ω -дефекта 2 (А.Н. Скиба и Л.А.Шеметков, 1999 г.). Получен новый критерий булевости решетки всех ω -насыщенных подформаций, заключенных между ω -насыщенной формацией \mathfrak{F} и $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$, где \mathfrak{H} — разрешимая формация классического типа.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях по теории конечных групп и их классов, а также при чтении спецкурсов в университетах.

S U M M A R Y

Rabchanka Aliaksei Ivanavich

Partially saturated formations with the given lattice of subformations

Key words: finite group, class of groups, formation, ω -saturated formation, n -multiply ω -saturated formation, ω -local satellite, lattice of formations, boolean lattice of formations.

In dissertation ω -saturated and n -multiply ω -saturated formations with limited defect are investigated. New methods of research of ω -saturated formations with \mathfrak{H}^ω -defect of small size are developed. The classification of ω -saturated formations with \mathfrak{H}^ω -defect ≤ 2 is received where \mathfrak{H} is a classical type formation. The decision of a problem of the description n -multiply ω -saturated formations with nilpotent l_n^ω -defect 2 (A.N. Skiba and L.A. Shemetkov, 1999) is given. The new criterion for boolean lattice of all ω -saturated subformations laying between ω -saturated formation \mathfrak{F} and $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$, where \mathfrak{H} is soluble classical type formation, is received.

All basic results of the dissertation are new. They are theoretical character and may be used in the investigations in theories of finite groups and their classes, and also at reading special courses in universities.

Научное издание

РЯБЧЕНКО Алексей Иванович

**ЧАСТИЧНО НАСЫЩЕННЫЕ ФОРМАЦИИ С ЗАДАННОЙ
РЕШЕТКОЙ ПОДФОРМАЦИЙ**

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

01.01.06 – математическая логика,
алгебра и теория чисел

Лицензия № 02330/0133208 от 08.04.09.

Подписано в печать 21.05.2009. Формат 60 × 84 1/16. Бумага писчая №1.

Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 1,63. Уч.-изд. л. 1,77. Тираж 60 экз.

Заказ № 112.

Отпечатано с оригинал-макета на ризографе учреждения образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Лицензия №02330/0150450 от 30.02.09.

246019, г.Гомель, ул. Советская, 104.